

# **MENYELESAIKAN SISTEM PERSAMAAN LINIER MENGUNAKAN ANALISIS SVD**



---

**SKRIPSI**

---

Oleh :

**Irdam Haidir Ahmad**

**J2A 005 023**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS DIPONEGORO  
SEMARANG  
2009**

**MENYELESAIKAN SISTEM PERSAMAAN LINIER  
MENGUNAKAN ANALISIS SVD**

**Irdam Haidir Ahmad**

**J2A 005 023**

Skripsi

Diajukan sebagai syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains / Sarjana Komputer  
pada

Program Studi Matematika

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS DIPONEGORO  
SEMARANG**

**2009**

## ABSTRAK

Sistem Persamaan Linier (SPL),  $Ax = b$ , dapat bersifat konsisten atau tidak konsisten. SPL yang tidak konsisten dapat dicari solusi pendekatannya. Eliminasi Gauss atau eliminasi Gauss-Jordan dapat digunakan untuk mencari solusi SPL yang konsisten, tetapi tidak dapat digunakan untuk mencari solusi pendekatan dari SPL yang tidak konsisten. Singular Value Decomposition (SVD) adalah suatu metode pemfaktoran matriks yang berkaitan erat dengan nilai singular dari matriksnya. Analisis SVD dapat digunakan untuk mencari basis ortonormal dari empat subruang pokok dari matriks  $A$ . Basis-basis tersebut dapat digunakan untuk mencari solusi SPL konsisten dan mencari solusi pendekatan terbaik SPL tidak konsisten. SVD dapat juga digunakan untuk mencari pseudoinverse dan rank suatu matriks.

Kata kunci : Sistem Persamaan Linier (SPL), Singular Value Decomposition (SVD), basis ortonormal, pseudoinverse, Nilai Singular.

## ABSTRACT

Linear equation system,  $Ax = b$ , may be consistent or inconsistent. The approximate solution of inconsistent of linear equation system can be determined. Gauss elimination or Gauss-Jordan elimination can be used to determine the solution of the consistent of linear equation system, but can't for the inconsistent of linear equation system. Singular Value Decomposition (SVD) is matrix factorization method that closely associated with the singular value of the matrix. SVD analysis can be used to determined the orthonormal bases for the four fundamental subspaces associated with matrix  $A$ . That bases can be used to compute the solution of the consistent and inconsistent of linear equation system. SVD can also used to determine of pseudoinverse and rank of matrix.

Keywords : Linear Equation System, Singular Value Decomposition (SVD), orthonormal base, pseudoinverse, singular value.

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang**

Sebagian besar dari sejarah ilmu pengetahuan alam adalah catatan dari usaha manusia secara kontinu untuk merumuskan konsep-konsep yang dapat menguraikan permasalahan dalam dunia nyata ke dalam istilah-istilah matematika. Menyelesaikan sistem persamaan linier merupakan salah satu permasalahan yang cukup penting dalam matematika, karena lebih dari 75 persen dari semua masalah matematika yang dijumpai dalam aplikasi ilmiah maupun industri melibatkan penyelesaian sistem linier hingga tahap tertentu. Dengan menggunakan metode-metode matematika modern, sering kali suatu masalah yang rumit dapat direduksi menjadi suatu sistem persamaan linier. Dalam dunia nyata, sistem linier dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan pada beberapa bidang, di antaranya pada bidang perdagangan, ekonomi, elektronika, fisika, kimia dan lain sebagainya.

Bentuk umum dari Sistem Persamaan Linier (SPL) adalah :

$$Ax = b,$$

suatu persamaan semacam ini dinamakan persamaan linier dalam variabel (peubah)  $x$  di mana  $A$  adalah koefisien persamaan dan  $b$  adalah konstanta persamaan. Metode yang sangat klasik untuk menyelesaikan SPL adalah dengan Eliminasi-substitusi, tetapi metode ini menjadi tidak efektif bila jumlah variabel dan jumlah persamaan dari SPL tersebut tidak sedikit. Untuk memudahkannya, maka SPL tersebut dinyatakan dalam bentuk matriks, di mana  $A$  merupakan matriks koefisien dan  $b$  merupakan matriks konstanta persamaan. Untuk menyelesaikan SPL tersebut, sehingga didapatkan solusi

yang memenuhi persamaannya, banyak metode yang dapat digunakan. Metode yang biasa digunakan adalah Eliminasi Gauss, Eliminasi Gauss-Jordan, aturan Cramer, atau menggunakan invers matriks koefisien, di mana solusinya diberikan oleh :

$$x = A^{-1}b.$$

Namun bila matriks yang terbentuk bukanlah matriks persegi, maka aturan Cramer dan metode invers matriks koefisien tidak dapat digunakan. Hal ini di karenakan determinan dari matriks koefisien tidak dapat dicari, sehingga inversnya-pun tidak dapat ditentukan. Selain itu, tidak semua matriks persegi mempunyai invers. Kelemahan lain dari keempat metode di atas adalah apabila SPL tersebut tidak mempunyai pemecahan (tidak konsisten), maka solusi dari SPL tersebut tidak dapat ditentukan.

Untuk mengatasi kekurangan dari metode-metode di atas, ada suatu metode yang juga dapat digunakan untuk menyelesaikan SPL. Metode tersebut adalah dengan analisis Dekomposisi Nilai Singular atau Singular Value Decomposition (SVD). Dengan menggunakan analisis SVD, solusi dari persamaan selalu dapat dicari meskipun matriks koefisien yang terbentuk bukanlah matriks persegi maupun matriks yang tidak mempunyai invers. Kelebihan lain dari metode ini adalah solusi dari SPL tetap dapat dicari meskipun SPL tersebut tidak mempunyai pemecahan, dalam hal ini solusi yang diperoleh adalah solusi pendekatan terbaik.

## **1.2. Permasalahan**

Permasalahan yang akan dibahas dalam penulisan tugas akhir ini adalah bagaimana membentuk SVD (Singular Value Decomposition) serta mengaplikasikan

analisis SVD untuk menyelesaikan Sistem Persamaan Linier (SPL), di mana penghitungan SVD dan pencarian solusi SPL dikerjakan dengan bantuan program MATLAB.

### **1.3 Pembatasan Masalah**

Pembatasan masalah dalam penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Solusi dari Sistem Persamaan Linier hanya dicari menggunakan analisis SVD.
2. Pseudoinverse yang dibahas dalam tugas akhir ini bukan pseudoinverse Moore-Penrose.

### **1.4 Tujuan Penulisan**

Tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah mengaplikasikan analisis SVD untuk menyelesaikan suatu sistem persamaan linier.

### **1.5 Sistematika Penulisan**

Tugas akhir ini terbagi menjadi 4 bab. Bab I Pendahuluan. Bab ini memuat latar belakang, permasalahan, pembatasan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan. Bab II Materi Penunjang yang memuat materi penunjang yang digunakan dalam pembahasan tugas akhir ini. Bab ini berisi materi tentang bilangan kompleks, matriks dan operasi matriks, Sistem Persamaan Linier, vektor dan ruang vektor, subruang pokok matriks, ortogonalitas, serta nilai eigen dan vektor eigen. Bab III Pembahasan, bab ini berisi materi yang merupakan pokok bahasan dalam tugas akhir ini yaitu materi tentang Singular Value Decomposition (SVD), Pseudoinverse, dan penyelesaian SPL menggunakan analisis SVD, di mana bentuk solusi yang diberikan

oleh analisis SVD dapat dibentuk menjadi bentuk yang identik dengan metode invers matriks koefisien, yaitu Pseudoinverse matriks koefisien. Bab IV Penutup, bab ini berisi kesimpulan dari seluruh pembahasan dalam tugas akhir ini.